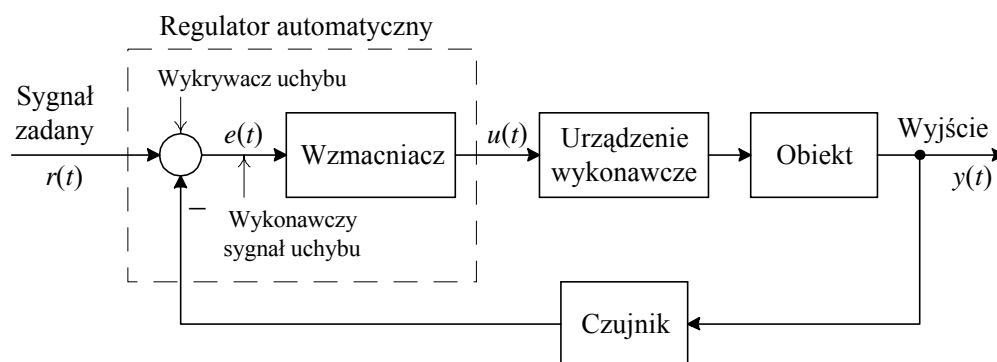


REGULATORY

1. WPROWADZENIE

Regulator automatyczny jest urządzeniem, którego zadaniem jest sterowanie procesem. W układach z ujemnym sprzężeniem zwrotnym regulator wyznacza zadaną wartość wielkości sterującej na podstawie uchybu regulacji, czyli różnicy pomiędzy wartością pomierzoną a wartością zadaną tej wielkości. Na rysunku 1 przedstawiono schemat blokowy układu sterowania przemysłowego, który składa się z regulatora automatycznego, urządzenia wykonawczego, obiektu i czujnika (element pomiarowy). Sygnał wyjściowy z regulatora podawany jest na urządzenie wykonawcze, takie jak zawór, silnik elektryczny, siłownik hydrauliczny lub pneumatyczny. Urządzenie wykonawcze dokonuje przestawienia punktu pracy obiektu, stosownie do sygnału sterującego po to aby sygnał wyjściowy pokrywał się z sygnałem zadanym.

Czujnik lub element pomiarowy jest urządzeniem, które przetwarza zmienną wyjściową na inną odpowiednią zmienną, taką jak przesunięcie, ciśnienie lub napięcie, które może zostać użyte do porównania wyjścia z wejściowym sygnałem zadanym. Element ten znajduje się w pętli sprzężenia zwrotnego układu regulacji. Sygnał zadany również musi być przetworzony do tych samych jednostek w jakich jest sygnał sprzężenia z czujnika lub elementu pomiarowego.



Rys. 1. Schemat blokowy układu sterowania przemysłowego.

2. KLASYFIKACJA REGULATORÓW PRZEMYSŁOWYCH

Najbardziej znanym regulatorem używanym w praktyce jest regulator PID, w którym w nazwie znajdują się litery pochodzące od rodzajów sterowania jakie on w sobie zawiera: proporcjonalne P (ang. proporcjonal), całkujące I (ang. Integral), różniczkujące D (ang. Derivative). Stosowane są również wersje uproszczone regulatora PID składające się z wybranych elementów składowych tego regulatora (P, I, PI, PD). Regulatory przemysłowe w zależności od rodzaju sterowania klasyfikowane są następująco:

1. Regulator dwupołożeniowy
2. Regulator proporcjonalny P
3. Regulator całkujący I
4. Regulator proporcjonalno-całkujący PI
5. Regulator proporcjonalno-różniczkujący PD
6. Regulator proporcjonalno-całkująco-różniczkujący PID

W większości regulatorów przemysłowych jako źródła mocy wykorzystywane są: napięcie, olej lub gaz. W zależności od rodzaju źródła mocy regulatory mogą być klasyfikowane jako pneumatyczne, hydrauliczne lub elektroniczne. Rodzaj użytego regulatora zależy od natury obiektu, warunków

operacyjnych uwzględniających bezpieczeństwo, koszt, dostępność, niezawodność, dokładność, wagę i rozmiar.

3. RODZAJE REGULATORÓW

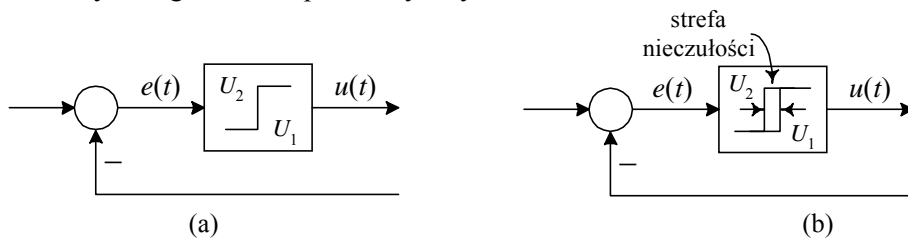
3.1. REGULATOR DWUPOŁOŻENIOWY

W układach sterowania dwupołożeniowego, element wykonawczy ma tylko dwa ustalone położenia, które w wielu przypadkach polegają na załączeniu lub wyłączeniu urządzenia. Sterowanie dwupołożeniowe jest stosunkowo proste i niedrogi i z tych powodów jest szeroko stosowane zarówno w układach sterowania przemysłowego jak i gospodarstwa domowego.

Sygnał wyjściowy z regulatora oznaczany jest zazwyczaj jako $u(t)$, natomiast wejściem do regulatora jest wykonawczy sygnał uchybu $e(t)$. W sterowaniu dwupołożeniowym sygnał wyjściowy $u(t)$ przyjmuje jedną z dwu wartości: maksymalną lub minimalną; w zależności od tego czy sygnał wykonawczy uchybu jest dodatni lub ujemny.

$$u(t) = \begin{cases} U_1 & \text{dla } e(t) < 0 \\ U_2 & \text{dla } e(t) > 0 \end{cases} \quad (1)$$

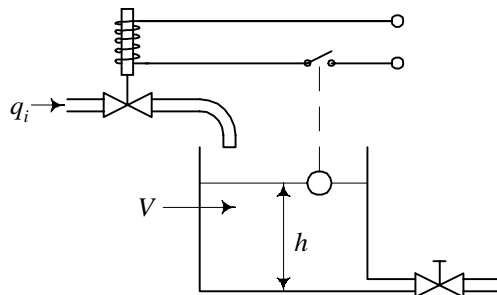
gdzie U_1 oraz U_2 są stałymi. Minimalna wartość U_1 jest zazwyczaj równa zero lub $-U_2$. Dwupołożeniowe regulatory są zazwyczaj urządzeniami elektrycznymi w których najczęściej elektryczny solenoid steruje zaworem. Pneumatyczne regulatory dwupołożeniowe z bardzo dużym wzmocnieniem zachowują się jak regulatory dwupołożeniowe i czasami nazywane są dwupołożeniowymi regulatorami pneumatycznymi.



Rys. 2. Schemat blokowy regulatora dwupołożeniowego, (a) bez strefy nieczułości, (b) ze strefą nieczułości.

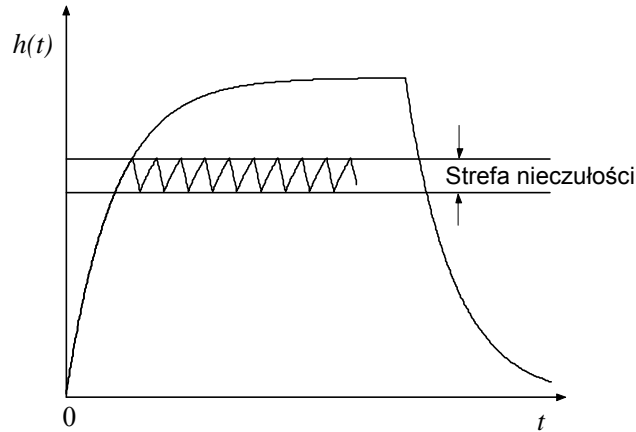
Na rysunku 2(a) i 2(b) pokazane zostały schematy blokowe regulatora dwupołożeniowego. Zakres, który musi zostać pokonany przez wykonawczy sygnał uchybu, aby pojawiło się przełączenie, nazywany jest strefą nieczułości. Strefa nieczułości zaznaczona została na rysunku 2(b). Taka strefa nieczułości powoduje, że regulator utrzymuje stałą wartość wyjściową, aż wykonawczy sygnał uchybu przekroczy nieznacznie wartość zero. W pewnych przypadkach, strefa nieczułości jest wynikiem tarcia lub luzów w układzie. Bardzo często wprowadza się taką strefę, aby zabezpieczyć układ przed zbyt częstymi operacjami przełączeń mechanizmu.

Rozważ, układ sterowania poziomem cieczy w zbiorniku pokazany na rysunku 3, gdzie zawór elektromagnetyczny zastosowany został do sterowania przepływem wody.



Rys. 3. Układ sterowania poziomem cieczy.

Taki zawór może być otwarty lub zamknięty. Z takim dwupołożeniowym sterowaniem, prędkość przepływu wody jest stałą dodatnią lub równą zero. Jak zostało to pokazane na rysunku 4, wyjściowy sygnał przemieszcza się pomiędzy dwoma ograniczeniami wymaganymi do tego aby element wykonawczy przesunął się z jednej ustalonej pozycji w drugą. Zauważ, że krzywa wyjścia podąża jedną z dwóch krzywych eksponentylnych, jedna odpowiada krzywej napełniania, a druga krzywej opróżniania zbiornika. Takie oscylacje wyjściowe pomiędzy dwoma ograniczeniami są typowymi charakterystykami odpowiedzi układu sterowanego dwupołożeniowo.



Rys. 4. Poziom $h(t)$ w układzie sterowania poziomem cieczy z rysunku 3.

Z rysunku 4 widać, że amplituda oscylacji wyjściowych może zostać zredukowana przez zmniejszenie strefy nieczułości. Zmniejszenie strefy nieczułości powoduje zwiększenie liczby przełączeń na minutę i w efekcie skrócenie czasu życia urządzenia.

3.2. REGULATOR PROPORCJONALNY P

Dla regulatora proporcjonalnego, zależność pomiędzy wyjściem regulatora $u(t)$ i wykonawczym sygnałem uchybu $e(t)$

$$u(t) = K_p e(t) \quad (2)$$

Transmitancja regulatora proporcjonalnego

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \quad (3)$$

gdzie K_p jest wzmocnieniem proporcjonalnym. Regulator proporcjonalny jest w istocie wzmacniaczem z przestrajalnym wzmocnieniem.

3.3. REGULATOR CAŁKUJĄCY I

W regulatorze ze sterowaniem całkującym, wartość wyjściowa regulatora $u(t)$ jest przyrostem proporcjonalnym do wykonawczego sygnału uchybu $e(t)$.

$$\frac{du(t)}{dt} = K_i e(t) \quad (4)$$

lub

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt \quad (5)$$

gdzie K_i jest przestrajalną stałą. Transmitancja regulatora całkującego

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s} \quad (6)$$

3.4. REGULATOR PROPORCJONALNO-CĄKUJĄCY PI

Sterowanie regulatora proporcjonalno-cąkującego zdefiniowane jest jako

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt \quad (7)$$

lub w postaci transmitancji

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (8)$$

gdzie T_i nazywa się czasem cąkowania.

3.5. REGULATOR PROPORCJONALNO-RÓŻNICZKUJĄCY PD

Sterowanie regulatora proporcjonalno-różniczkującego zdefiniowane jest jako

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (9)$$

i w postaci transmitancji

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p (1 + T_d s) \quad (10)$$

gdzie T_d nazywane jest czasem różniczkowania.

3.6. REGULATOR PROPORCJONALNO-CĄKUJĄCO-RÓŻNICZKUJĄCY PID

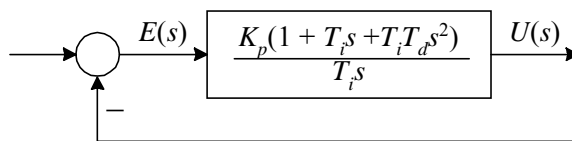
Połączenie sterowania proporcjonalnego, cąkującego i różniczkującego nosi nazwę sterowania PID. To połączenie ma zalety każdego z trzech składników. Równanie regulatora w postaci czasowej

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (9)$$

lub w postaci transmitancji

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (10)$$

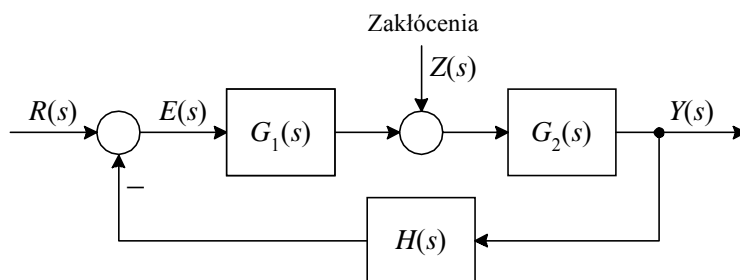
gdzie K_p jest wzmacnieniem proporcjonalnym, T_i czasem cąkowania oraz T_d czasem różniczkowania. Schemat blokowy regulatora PID pokazany jest na rysunku 5.



Rys. 5. Schemat blokowy regulatora PID.

ZAKŁÓCENIA W UKŁADZIE REGULACJI

Na rysunku 6 przedstawiony został układ zamknięty regulacji w którym uwzględnione zostały zakłócenia. Kiedy w układzie liniowym obecne są dwa wejścia (sygnał zadany i zakłócenia), każde z nich może być rozważane oddzielnie. Wyjścia odpowiadające każdemu z sygnałów z osobna mogą być dodawane w celu otrzymania kompletnego wyjścia. Sygnały wejściowe do układu wprowadzane są na węzeł sumacyjny ze znakiem plus lub minus.



Rys. 6. Schemat blokowy układu zamkniętego z uwzględnieniem zakłóceń.

Rozważony zostanie układ pokazany na rysunku 6. Rozpatrując wpływ oddziaływania zakłóceń $Z(s)$ można założyć, że sygnał zadany jest równy zero, wówczas można obliczyć składową odpowiedzi powodowaną tylko przez zakłócenie. Odpowiedź ta może zostać wyznaczona z zależności

$$Y_z(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \quad (11)$$

Z drugiej strony można rozważyć odpowiedź powodowaną przez sygnał zadany $R(s)$ przy założeniu, że zakłócenia są równe zero, wówczas tą składową można obliczyć ze wzoru

$$Y_R(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \quad (12)$$

Odpowiedź $Y(s)$ uwzględniająca zarówno oddziaływanie sygnału zadanego $R(s)$ jak i zakłóceń $Z(s)$ może być uzyskana przez dodanie dwóch powyższych zależności (11) i (12)

$$\begin{aligned} Y(s) &= Y_R(s) + Y_z(s) \\ &= \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} [G_2(s)R(s) + Z(s)] \end{aligned} \quad (13)$$

W przypadku gdy $|G_1(s)H(s)| \gg 1$ oraz $|G_1(s)G_2(s)H(s)| \gg 1$. W tym przypadku, transmitancja układu zamkniętego $Y_z(s)/Z(s)$ staje się prawie równa zero i wpływ zakłóceń zostanie usunięty. Jest to zaleta układu zamkniętego.

Z drugiej strony, transmitancja układu zamkniętego $Y_R(s)/R(s)$ staje się $1/H(s)$ gdy wzmocnienie $G_1(s)G_2(s)H(s)$ zwiększa się. Oznacza to, że jeśli $|G_1(s)G_2(s)H(s)| \gg 1$ wówczas transmitancja układu zamkniętego $Y_R(s)/R(s)$ staje się niezależna od $G_1(s)$ oraz $G_2(s)$ i staje się odwrotnie proporcjonalna do $H(s)$ co powoduje że zmiany w transmitancjach $G_1(s)$ oraz $G_2(s)$ nie wpływają na transmitancję układu zamkniętego $Y_R(s)/R(s)$. Stanowi to kolejną zaletę układu zamkniętego. Można łatwo się zorientować, że transmitancja układu zamkniętego z jednostkowym sprzężeniem zwrotnym, $H(s) = 1$ prowadzi do zrównania wejścia z wyjściem.

5. WPŁYW RODZAJU REGULATORA NA JAKOŚĆ STEROWANIA

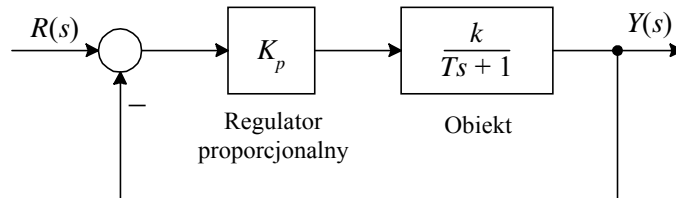
5.1. UKŁAD STEROWANIA Z REGULATOREM PROPORCJONALNYM P

5.1.1. Uchyb w stanie ustalonym w odpowiedzi na sygnał zadany $R(s)$

Rozważony zostanie układ pokazany na rysunku 7 i zostanie wyznaczony uchyb w stanie ustalonym pojawiający się po podaniu wymuszenia skokowego na wejście. Transmitancja obiektu

$$G(s) = \frac{k}{Ts + 1} \quad (14)$$

natomiast transmitancja uchybowa



Rys. 7. Układ sterowania proporcjonalnego.

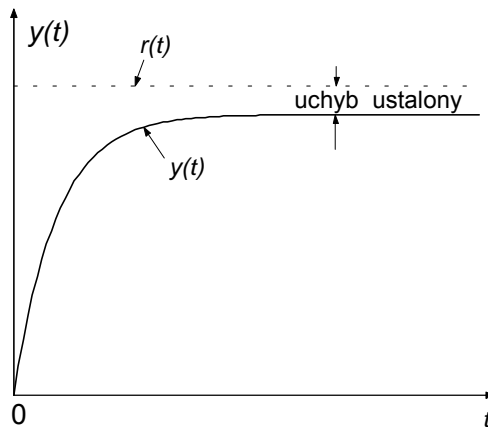
$$G_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)} \quad (15)$$

czyli uchyb

$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)} R(s) = \frac{1}{1 + \frac{K_p k}{Ts + 1}} R(s) \quad (16)$$

Na wymuszenie skokowe $R(s) = R/s$ otrzymuje się

$$E(s) = \frac{Ts + 1}{Ts + 1 + K_p k} \cdot \frac{R}{s} \quad (17)$$



Rys. 8. Odpowiedź skokowa układu z rysunku 7.

Uchyb w stanie ustalonym

$$e_u = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{Ts + 1}{Ts + 1 + K_p k} \cdot \frac{R}{s} = \frac{R}{1 + K_p k} \quad (18)$$

Układy bez integratora w torze bezpośrednim mają zawsze w odpowiedzi skokowej uchyb w stanie ustalonym. Taki uchyb w stanie ustalonym czasami nazywany jest offsetem. Na rysunku 8 pokazana jest odpowiedź skokowa układu z rysunku 7.

5.1.2. Uchyb w stanie ustalonym w odpowiedzi na sygnał zakłócenia $Z(s)$

Rozważony zostanie wpływ zakłócenia wiatrowego pojawiający się w sterowaniu statkiem na kursie. Rozważany układ pokazany został na rysunku 9. Regulator proporcjonalny wypracowuje sygnał zadany $Z(s)$ (zadane wychylenie steru) dla statku opisanego tutaj modelem Nomoto I rzędu. Oddziaływująca siła wiatru została oznaczona jako $Z(s)$. Zakładając, że sygnał zadany (kurs zadany) jest równy zero $R(s) = 0$, transmitancja pomiędzy $Y(s)$ oraz $Z(s)$ jest opisana zależnością

$$\frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{k}{Ts^2 + s + K_p k} \quad (19)$$

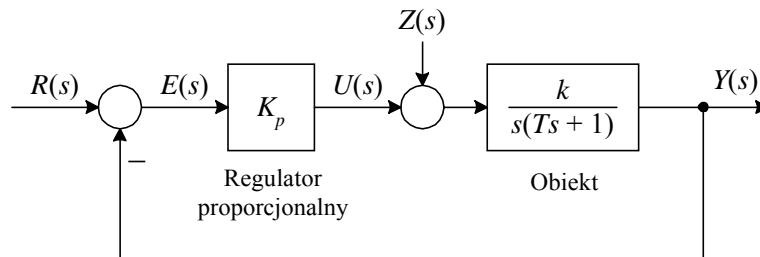
natomiast transmitancja uchybowa

$$\frac{E(s)}{Z(s)} = -\frac{k}{Ts^2 + s + K_p k} \quad (20)$$

Uchyb w stanie ustalonym pojawiającym się w wyniku oddziaływania zakłóceń o amplitudzie Z opisany jest wzorem

$$e_u = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{-k}{Ts^2 + s + K_p k} \cdot \frac{Z}{s} = -\frac{Z}{K_p} \quad (21)$$

Uchyb w stanie ustalonym może być zmniejszany przez zwiększanie wartości wzmocnienia K_p , lecz wzrost tej wartości może powodować wzrost oscylacji w odpowiedzi układu.



Rys. 9. Schemat blokowy układu sterowania z uwzględnieniem zakłóceń.

5.1.3. Regulator P w układzie sterowania obiektem bezwładnościowym

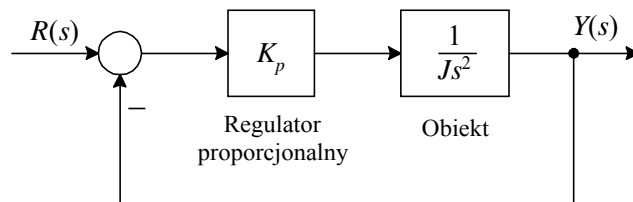
Rozważony zostanie układ pokazany na rysunku 10. W tym przypadku, transmitancja układu zamkniętego

$$\frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{K_p}{Js^2 + K_p} \quad (22)$$

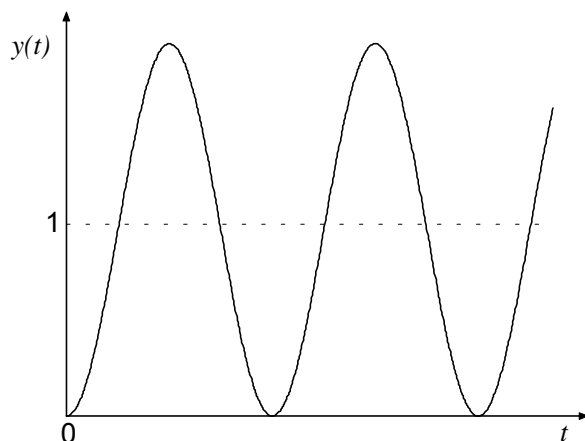
Stąd pierwiastki równania charakterystycznego

$$Js^2 + K_p = 0 \quad (23)$$

znajdują się na osi urojonej i odpowiedź skokowa będzie oscylacyjną o stałej amplitudzie, jak pokazano to na rysunku 11.



Rys. 10. Układ sterowania proporcjonalnego w układzie z obiektem bezwładnościowym.

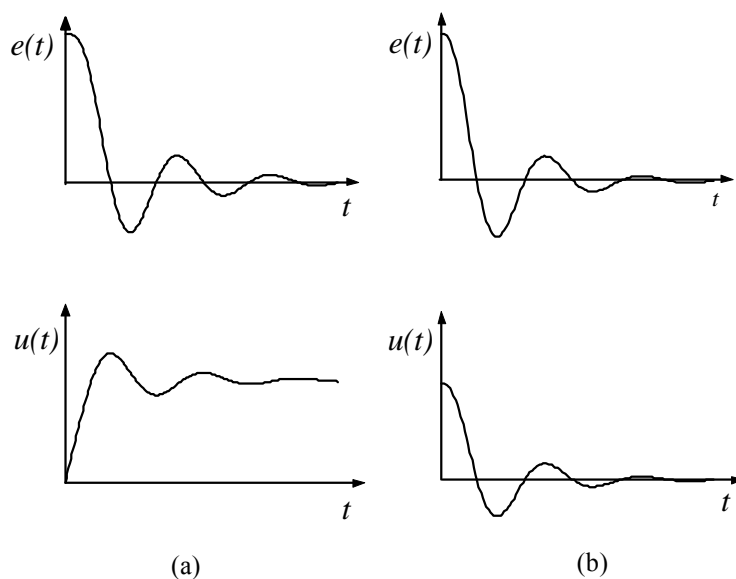


Rys. 11. Jednostkowa odpowiedź skokowa układu z rysunku 10.

5.2. REGULATOR CAŁKUJĄCY I

W układzie z regulatorem proporcjonalnym zastosowanym do sterowania obiektem, którego transmitancja nie zawiera integratora $1/s$, w odpowiedzi na wymuszenie skokowe pojawia się uchyb w stanie ustalonym (offset). Jeśli regulator będzie zawierał sterowanie całkujące to ta stała wartość może zostać usunięta.

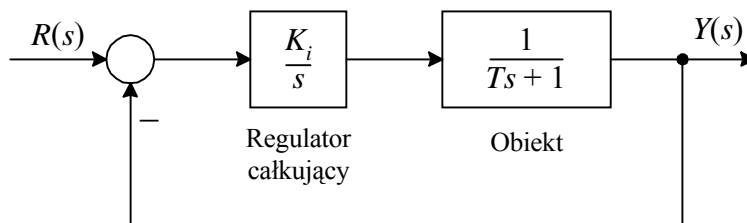
W sterowaniu obiektem przy użyciu regulatora całkującego, sygnał sterowania, sygnał wyjściowy jest obszarem znajdującym się pod krzywą wykonawczego przebiegu czasowego sygnału uchybu. Sygnał sterowania $u(t)$ w przypadku regulatora całkującego może mieć niezerową wartość, kiedy sygnał wykonawczy uchybu $e(t)$ jest zerem, jak pokazano to na rysunku 12(a). Taka sytuacja nie jest możliwa w przypadku regulatora proporcjonalnego, gdzie niezerowy sygnał sterowania wymaga niezerowego sygnału wykonawczego uchybu. Na rysunku 12(b) przedstawiono krzywą $e(t)$ w funkcji t i odpowiadającą krzywą $u(t)$ w funkcji czasu t kiedy regulator jest typu proporcjonalnego. Sterowanie całkujące zastosowane do usuwania uchybu w stanie ustalonym może prowadzić do oscylacyjnej odpowiedzi, wolno zanikających drgań lub nawet do drgań, których amplituda narasta; obie te sytuacje są niepożądane.



Rys. 12. Przebiegi sygnału uchybu $e(t)$ i sygnału sterującego $u(t)$; (a) krzywe ilustrujące niezerowy sygnał sterujący, gdy sygnał wykonawczy uchybu jest równy zero (sterowanie całkujące), (b) krzywe pokazujące zerowe sterowanie, kiedy sygnał wykonawczy uchybu jest równy zero (sterowanie proporcjonalne).

5.2.1. Sterowanie obiektem typu inercja I rzędu

Rozważony zostanie układ pokazany na rysunku 13. Zastosowany tutaj został regulator całkujący.



Rys. 13. Schemat blokowy układu sterowania całkującego.

Transmitancja układu zamkniętego

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_i}{s(Ts+1) + K_i} \quad (24)$$

natomiast transmitancja uchybowa

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{s(Ts+1)}{s(Ts+1) + K_i} \quad (25)$$

Jeśli układ jest stabilny, uchyb w stanie ustalonym w odpowiedzi na wymuszenie skokowe może być wyznaczony przez zastosowanie twierdzenia o wartości granicznej

$$e_u = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{s(Ts+1)}{s(Ts+1) + K_i} \cdot \frac{1}{s} = 0 \quad (26)$$

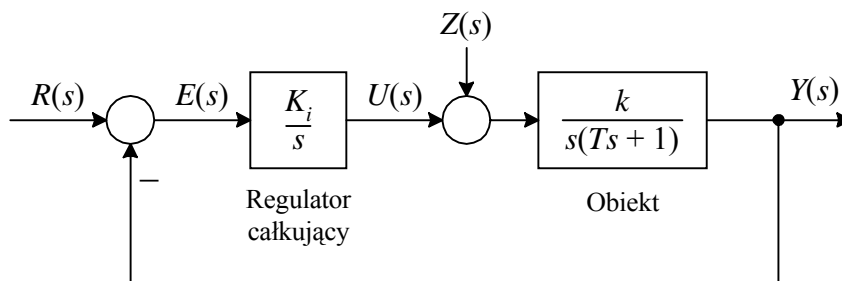
W tym układzie (rys. 13) sterowanie całkujące eliminuje uchyb w stanie ustalonym pojawiający się w odpowiedzi na wymuszenie skokowe. Jest to ważne polepszenie jakości sterowania w stosunku do sterowania proporcjonalnego (rys. 7).

5.2.1. Sterowanie obiektem typu całkującym z inercją

Jeśli regulator całkujący zostanie zastosowany do sterowania statkiem na kursie (lub do sterowania innym obiektem zawierającym biegun w zerze) jako pokazano to na rysunku 14, wówczas układ staje się niestabilny ponieważ równanie charakterystyczne

$$Ts^3 + s^2 + K_i k = 0 \quad (27)$$

ma pierwiastki z dodatnimi częściami rzeczywistymi. Takie układy niestabilne nie mogą być stosowane w praktyce.



Rys. 14. Schemat blokowy układu sterowania całkującego obiektem całkującym z inercją.

5.3. UKŁAD STEROWANIA Z REGULATOREM PROPORCJONALNO-CALKUJĄCYM PI

Aby wyeliminować stałą wartość uchybu w układzie z rysunku 9 będącą wynikiem działających zakłóceń, należy regulator proporcjonalny przez regulator proporcjonalno-całkujący PI.

Jeśli sterowanie całkujące dodawane jest do regulatora, wówczas tak długo jak długo występuje sygnał uchybu podawane jest sterowanie w celu wyeliminowania tego uchybu w takim przypadku gdy rozważany układ sterowania jest stabilny.

Na rysunku 15 przedstawiony jest regulator proporcjonalno-całkujący sterujący obiektem całkującym z inercją. Transmittancja pomiędzy $Y(s)$ oraz $Z(s)$ (przy założeniu $R(s) = 0$) jest opisana zależnością

$$\frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{sk}{Ts^3 + s^2 + K_p ks + \frac{K_p}{T_i}} \quad (28)$$

Przy braku sygnału zadanego, sygnał uchybu wyznaczany jest ze wzoru

$$E(s) = \frac{-sk}{Ts^3 + s^2 + K_p ks + \frac{K_p}{T_i}} Z(s) \quad (29)$$

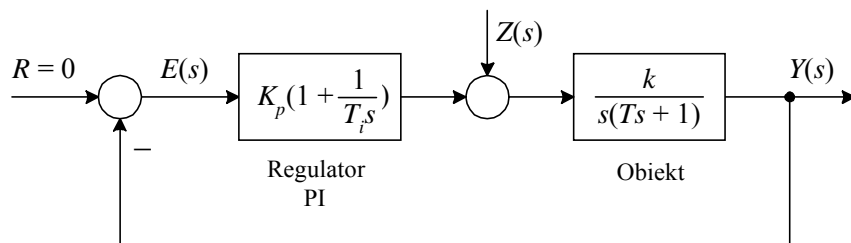
Jeśli układ sterowania jest stabilny, wówczas pierwiastki równania charakterystycznego

$$Ts^3 + s^2 + K_p ks + \frac{K_p}{T_i} = 0 \quad (30)$$

mają ujemne części rzeczywiste i wówczas uchyb w stanie ustalonym może być wyznaczony z twierdzenia o wartości granicznej.

$$e_u = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{-sk}{Ts^3 + s^2 + K_p ks + \frac{K_p}{T_i}} \cdot \frac{Z}{s} = 0 \quad (31)$$

Czyli uchyb w stanie ustalonym w wyniku oddziaływania skokowych zakłóceń w układzie z rysunku 15 może być wyeliminowany w przypadku zastosowania regulatora proporcjonalno-całkującego PI. Dodanie sterowania całkującego do regulatora proporcjonalnego powoduje podniesienie rzędu układu z drugiego na trzeci. Stąd układ sterowania może stać się niestabilny dla dużych wartości wzmacnienia K_p pierwiastki równania charakterystycznego mogą mieć dodatnie części rzeczywiste. (Układ drugiego rzędu jest zawsze stabilny jeśli wszystkie współczynniki są dodatnie).



Rys. 15. Schemat blokowy układu sterowania z uwzględnieniem zakłóceń.

5.4. REGULATOR PROPORCJONALNO-RÓŻNICZKUJĄCY PD

5.4.1. Sterowanie różniczkujące

Sterowanie różniczkujące dodane do regulatora proporcjonalnego powoduje, że regulator ma większą wrażliwość. Zaletą użycia sterowania różniczkującego jest to, że reaguje ono na przyrost zmian uchybu wykonawczego i wyznacza odpowiednią poprawkę na sterowanie, która zabezpiecza przed powstaniem zbyt dużej amplitudy oscylacji sygnału wykonawczego uchybu. Czyli sterowanie różniczkujące uprzedza sygnał wykonawczy uchybu, inicjuje wcześniejszą akcję korekcyjną co powoduje wzrost stabilności układu. Chociaż sterowanie różniczkujące nie wpływa bezpośrednio na uchyb w stanie ustalonym, to wprowadza tłumienie do układu i pozwala na użycie większej wartości wzmacnienia K , którego zwiększenie poprawia dokładność w stanie ustalonym.

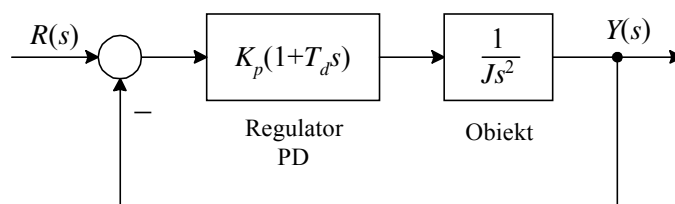
Ponieważ sterowanie różniczkujące reaguje na prędkość zmian uchybu wykonawczego, a nie na sam uchyb, więc sterowanie różniczkujące nigdy nie występuje samodzielnie w układach sterowania.

Jest ono zawsze używane w kombinacji ze sterowaniem proporcjonalnym lub proporcjonalno-całkującym.

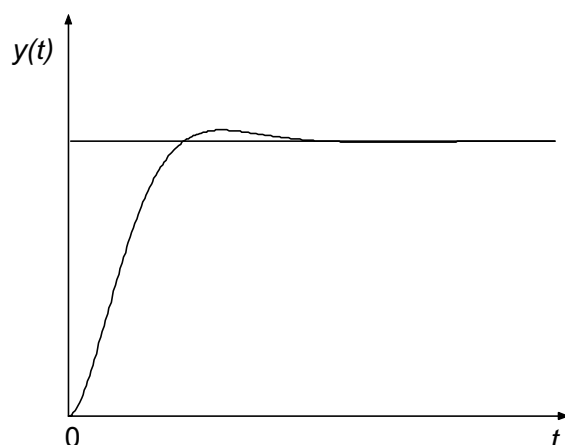
5.4.2. Sterowanie obiektem inercyjnym

Zmodyfikowany zostanie układ z rysunku 10, zamiast regulatora proporcjonalnego użyty zostanie regulator proporcjonalno-różniczkujący PD o transmitancji $K_p(1+T_d s)$. Sygnał wyjściowy (sterujący) z regulatora jest proporcjonalny do $K_p(e + T_d \dot{e})$. Sterowanie różniczkujące w istocie ma działanie uprzedzające, na podstawie pomiaru prędkości uchybu przewiduje duże przeregulowania w czasie i wytwarza stosowną kontrreakcję zanim te duże oscylacje się pojawią.

Rozważony zostanie układ sterowania z rysunku 16.



Rys. 16. Sterowanie proporcjonalno-różniczkujące układem z obiektem bezwładnościowym.



Rys. 17. Odpowiedź skokowa układu z rysunku 16.

Transmitancja układu zamkniętego opisana jest wzorem

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p(1+T_d s)}{Js^2 + K_p T_d s + K_p} \quad (32)$$

Równanie charakterystyczne

$$Js^2 + K_p T_d s + K_p = 0 \quad (33)$$

ma dwa pierwiastki w lewej półpłaszczyźnie dla dodatnich wartości J , K_p oraz T_d . Więc sterowanie różniczkujące wprowadza tłumienie do układu. Typowa odpowiedź $y(t)$ na wymuszenie skokowe pokazana została na rysunku 17. Jasno widać, że nastąpiła poprawa krzywej odpowiedzi w stosunku do tej pokazanej na rysunku 11.

5.4.3. Sterowanie w układzie z obiektem II rzędu

Kompromis pomiędzy akceptowalną odpowiedzią przejściową i dopuszczalnym uchybem w stanie ustalonym może być uzyskany przez zastosowanie sterowania proporcjonalno-różniczkującego.

Rozważony zostanie układ pokazany na rysunku 18. Transmittancja zamknięta tego układu

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p(1+T_d s)k}{Ts^2 + (1+K_p T_d k)s + K_p k} \quad (34)$$

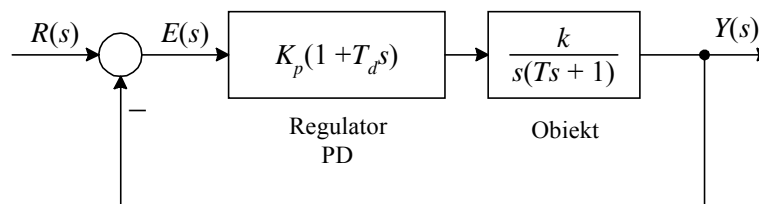
Równanie charakterystyczne

$$Ts^2 + (1+K_p T_d k)s + K_p k = 0 \quad (35)$$

Współczynnik tłumienia ζ dla tego układu

$$\zeta = \frac{1+K_p T_d k}{2\sqrt{K_p k J}} \quad (36)$$

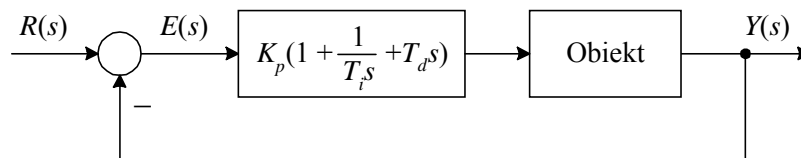
Możliwe jest uczynienie zarówno uchybu w stanie ustalonym na wymuszenie liniowo narastające i maksymalne przeregulowanie na wymuszenie skokowe odpowiednio małymi przez takie dobranie parametrów K_p i K_d , aby ζ zawierało się w przedziale pomiędzy 0.4 oraz 0.7.



Rys. 16. Układ sterowania proporcjonalno-różniczkującego obiektem całkującym z inercją

5.5. REGULATOR PROPORCJONALNO-CALKUJĄCO-RÓŻNICZKUJĄCY PID

Na rysunku 17 przedstawiony został układ sterowania obiektem przy użyciu regulatora PID. Jeśli da się wyznaczyć model matematyczny obiektu, wówczas możliwe jest zastosowanie różnych technik projektowania do określenia takich parametrów regulatora, które pozwolą na uzyskanie zadanych wymagań dotyczących odpowiedzi przejściowej układu zamkniętego i uchybu w stanie ustalonym.



Rys. 17. Układ sterowania proporcjonalno-całkująco-różniczkującego obiektem

Jeśli obiekt jest złożony i jego model matematyczny nie może być łatwo określony, wówczas analityczne wyznaczenie parametrów regulatora nie jest możliwe. Wówczas stosowane są metody eksperymentalnego strojenia parametrów regulatora.

6. POMIARY WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH OBIEKTÓW REGULACJI METODĄ SKOKU JEDNOSTKOWEGO

Optymalne nastawy regulatorów opracowywane są zazwyczaj w postaci tabel, wykresów, wzorów empirycznych zwykle dla obiektów podzielonych na dwie klasy: obiekty statyczne i obiekty astatyczne, których charakterystyki aproksymuje się następującymi transmittancjami:

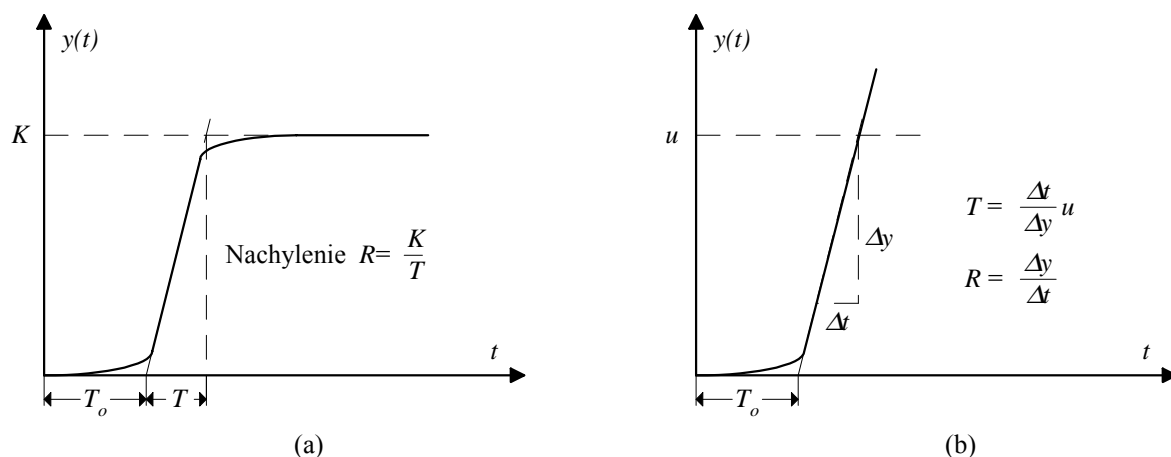
– obiekty statyczne

$$G(s) = \frac{K e^{-sT_o}}{Ts + 1} \quad (37)$$

– obiekty astatyczne

$$G(s) = \frac{K e^{-sT_o}}{s} = \frac{e^{-sT_o}}{Ts} ; K = \frac{1}{T} \quad (38)$$

Sposób wyznaczania parametrów modelu K , T , T_0 odwzorowującego obiekt na podstawie odpowiedzi na skok jednostkowy pokazano na rysunku 18.



Rys. 18. Sposób określenia parametrów K , T , T_0 na podstawie odpowiedzi skokowej (jednostkowej) procesu. (a) dla obiektu statycznego, (b) dla obiektu astatycznego.

7. STROJENIE REGULATORÓW PID

Sterowanie proporcjonalne z nastawą K_p ma wpływ na zmniejszanie czasu narastania i będzie zmniejszało uchyb w stanie ustalonym, lecz nigdy nie będzie go eliminowało. Sterowanie całkujące z nastawą K_i ma wpływ na eliminowanie uchybu w stanie ustalonym, lecz pogarsza odpowiedź w stanie przejściowym. Sterowanie różniczkujące z nastawą K_d ma wpływ na zwiększenie stabilności układu, zmniejszając przeregulowanie i poprawiając odpowiedź przejściową. Wpływ nastawy każdego sterowania K_p , K_d oraz K_i na układ zamknięty zebrany został w tabeli 1.

Tabela 1. Nastawy parametrów według zasad Zieglera-Nicholsa,

	Czas narastania	Przeregulowanie	Czas ustalania	Uchyb w stanie ustalonym
K_p	Zmniejszenie	Zwiększenie	Mała zmiana	Zmniejszenie
K_i	Zmniejszenie	Zwiększenie	Zwiększenie	Eliminacja
K_d	Mała zmiana	Zmniejszenie	Zmniejszenie	Mała zmiana

Związki te nie zawsze są dokładnie takie jak podane w tabeli 1, faktycznie zmiana jednej z tych zmiennych może powodować zmianę pozostałych. Z tego powodu tabela ta powinna być używana jako odniesienie przy określaniu wartości K_p , K_i oraz K_d .

Na bazie obserwacji eksperymentalnych strategii strojenia regulatorów PID w procesach przemysłowych, Ziegler i Nichols zaproponowali dwie metody doboru nastaw. Metody te wymagają pomiaru odpowiedzi układu i są powszechnie stosowane dla układów typu 0 najczęściej spotykanych w układach sterowania (np. sterowanie poziomem, temperaturą, ciśnieniem, przepływem, itd.). Metody doboru nastaw opracowane przez Zieglera i Nicholasa opierają się na odpowiedzi skokowej i możliwe są do zastosowania w tych układach w których odpowiedź skokowa układu otwartego jest bez przeregulowań tak jak ta pokazana na rysunku 18a. Ziegler i Nichols opracowali dwie metody strojenia regulatorów dla takich modeli.

7.1. PIERWSZA REGUŁA. METODA BAZUJĄCA NA ODPOWIEDZI SKOKOWEJ.

Ziegler i Nichols zauważyli, że odpowiedź skokowa większości układów sterowania ma kształt podobny do tego z rysunku 18a. Krzywa ta może być otrzymana z danych eksperymentalnych lub symulacji dynamicznej obiektu.

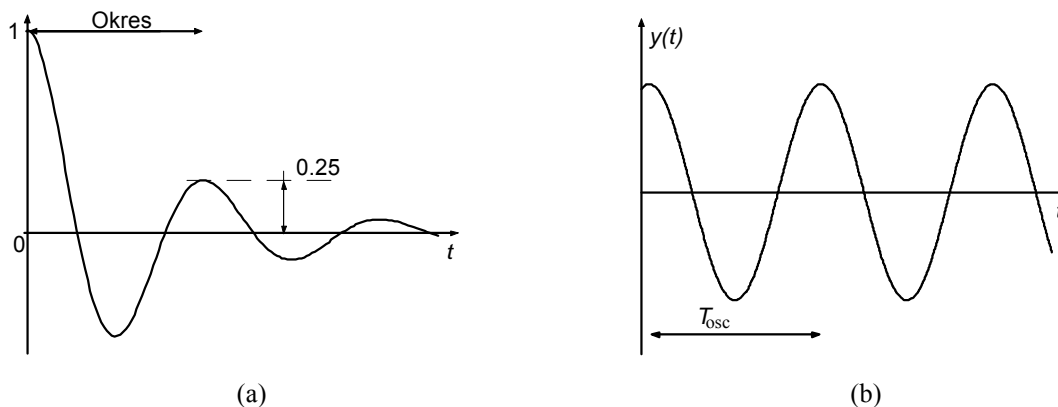
Krzywa o kształcie S jest charakterystyczna dla układów wyższych rzędów.

Transmitancja (37) aproksymuje układy wyższych rzędów prostym układem I rzędu z dodatkowym opóźnieniem T_0 wyrażonym w sekundach. Stałe w równaniu (37) mogą być określone z odpowiedzi skokowej procesu. Jeśli styczna narysowana jest w punkcie przegięcia krzywej odpowiedzi, wówczas nachylenie linii jest wyznaczane ze wzoru $R=K/T$, a przecięcie stycznej z osią czasu określa czas opóźnienia T_0 .

W pierwszej metodzie wybór parametrów regulatora opiera się na współczynniku zanikania równym w przybliżeniu 0.25. Oznacza to, że dominująca składowa przejściowa zanika do jednej czwartej swojej wartości maksymalnej po jednym okresie oscylacji (rys. 19a). Takie zanikanie odpowiada współczynnikowi $\zeta = 0.21$ w układzie II rzędu i wartość ta ustalona została na zasadzie kompromisu pomiędzy szybką odpowiedzią i wystarczającym zapasem stabilności.

Autorzy symulowali równania dla różnych układów na komputerze analogowym i stroili parametry regulatorów, aż uzyskali odpowiedzi przejściowe zanikające do 25% poprzedniej wartości w jednym okresie. Metoda Zieglera-Nicholsa bazująca na odpowiedzi skokowej daje dobre rezultaty gdy spełniony jest następujący warunek :

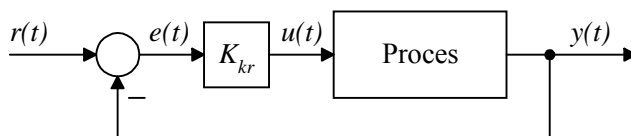
$$0.15 < \frac{T_0}{T} < 0.6.$$



Rys. 19. Przebiegi czasowe (a) kwadratowy współczynnik zanikania, (b) układ na granicy stabilności

7.2. DRUGA REGUŁA. METODA Z WYZNACZANIEM WZMOCNIENIA KRYTYCZNEGO

W drugiej metodzie kryterium strojenia parametrów opiera się na ocenie układu znajdującego się na granicy stabilności. Ten algorytm strojenia może być stosowany dla układów typu 0 posiadających rząd > 2 . Może być również zastosowana do samostrojenia regulatorów PID. Metoda ta możliwa jest do zastosowania jeśli możliwe jest znalezienie wzmocnienia przy którym wykres Nyquista przecina punkt krytyczny lub kiedy linia pierwiastkowa przecina oś liczb urojonych. Wzmocnienie to może być znalezione eksperymentalnie, wymaga się wówczas zwiększania wzmocnienia w układzie zamkniętym aż na wyjściu pojawią się oscylacje o stałej amplitudzie. Jest to w niektórych zastosowaniach praktycznych bardzo niebezpieczna operacja. Zwiększa się wzmocnienie proporcjonalne aż zauważy się oscylacje o stałej amplitudzie, odpowiada to wzmocnieniu krytycznemu K_{kr} (rys. 20) i oscylacjom o okresie T_{osc} (rys. 19b). Okres oscylacji powinien być mierzony kiedy amplituda oscylacji jest dość mała.



Rys. 20. Określenie wzmocnienia krytycznego i okresu oscylacji

Wzmocnienie statyczne dla pętli otwartej układu

$$K_0 = GH(s) \Big|_{s=0}$$

Metoda strojenia bazująca na wzmocnieniu krytycznym daje dobre rezultaty gdy spełniony jest warunek:

$$2 < K_o K_{kr} < 20$$

lecz znów odpowiedź układu zamkniętego zawiera oscylacje. Parametry regulatora zaproponowane przez Zieglera i Nicholisa dla typowego regulatora pokazane są w tabeli 2

Tabela 2. Nastawy parametrów według zasad Zieglera-Nicholisa,

Typ regulatora	Optymalne wartości parametrów					
	Próba skokowa ($R, T_o, a=R/T_o$)			Granica stabilności (K_{kr}, T_{osc})		
	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d
P	$1/a$	–	–	$0.5K_{kr}$	–	–
PI	$0.9/a$	$3T_o$	–	$0.45K_{kr}$	$T_{osc}/1.2$	–
PID	$1.2/a$	$2T_o$	$0.5T_o$	$0.6K_{kr}$	$T_{osc}/2$	$T_{osc}/8$

7.3. Inne optymalne reguły nastaw regulatorów PID

W tabelach 3 i 4 zebrane zostały zasady doboru nastaw regulatorów dla obiektów statycznych i astatycznych opisanych transmitancjami (37) oraz (38) według kryteriów: 0% i 20% przeregulowania oraz minimum całki kwadratu uchybu.

Tabela 3. Optymalne nastawy regulatorów w przypadku obiektów statycznych z opóźnieniem (37), $a = RT_o$

Typ regulatora	Przeregulowanie $\approx 0\%$ Minimum czasu regulacji t_R			Przeregulowanie $\approx 20\%$ Minimum czasu regulacji t_R			$\min \int_0^{\infty} e^2(t) dt$		
	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d
P	$0.3/a$	–	–	$0.7/a$	–	–	–	–	–
PI	$0.6/a$	$0.8T_o + 0.5T$	–	$0.7/a$	$T_o + 0.3T$	–	$1/a$	$T_o + 0.35T$	–
PID	$0.95/a$	$2.4 T_o$	$0.4 T_o$	$1.2/a$	$2.0 T_o$	$0.4 T_o$	$1.4/a$	$1.3 T_o$	$0.5 T_o$

Tabela 4. Optymalne nastawy regulatorów w przypadku obiektów astatycznych z opóźnieniem (11)

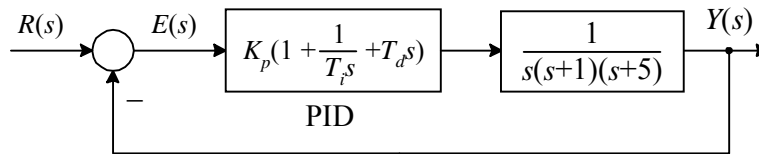
Typ regulatora	Przeregulowanie $\approx 0\%$ Minimum czasu regulacji t_R			Przeregulowanie $\approx 20\%$ Minimum czasu regulacji t_R			$\min \int_0^{\infty} e^2(t) dt$		
	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d
P	$0.37 \cdot \frac{T}{T_o}$	–	–	$0.7 \cdot \frac{T}{T_o}$	–	–	–	–	–
PI	$0.46 \cdot \frac{T}{T_o}$	$5.75 \cdot T_o$	–	$0.7 \cdot \frac{T}{T_o}$	$3 \cdot T_o$	–	$1 \cdot \frac{T}{T_o}$	$4.3 \cdot T_o$	–
PID	$0.65 \cdot \frac{T}{T_o}$	$5 \cdot T_o$	$0.23 \cdot T_o$	$1.1 \cdot \frac{T}{T_o}$	$2 \cdot T_o$	$0.37 \cdot T_o$	$1.36 \cdot \frac{T}{T_o}$	$1.6 \cdot T_o$	$0.5 \cdot T_o$

Przykład 1

Rozważ układ pokazany na rysunku 21 w którym regulator PID zastosowany został do sterowania układem. Regulator PID ma transmitancję

$$G_R(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (1.1)$$

Zastosuj reguły Zieglera-Nicholsa do strojenia parametrów K_p , T_i oraz T_d .



Rys. 21. Sterowanie obiektem przy użyciu regulatora PID

Rozwiązanie: Zastosowana zostanie druga metoda Zieglera-Nicholsa. Po ustawieniu $T_i = \infty$ oraz $T_d = 0$, transmitancja układu zamkniętego

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{s(s+1)(s+5) + K_p} \quad (1.2)$$

Poszukiwane wzmocnienie krytyczne K_{kr} stanowi wartość przy której układ znajduje się na granicy stabilności. Wyznaczenie tej wartości może zostać dokonane przy użyciu kryterium Routha. Dla równania charakterystycznego układu zamkniętego

$$s^3 + 6s^2 + 5s + K_p = 0 \quad (1.3)$$

tablica Routha jest następująca

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 5 \\ s^2 & 6 & K_p \\ s^1 & \frac{30 - K_p}{6} & \\ s^0 & K_p & \end{array}$$

Na podstawie badania współczynników pierwszej kolumny tablicy Routha, wzmocnienie przy którym pojawiają się drgania niegasnące $K_p = 30$, czyli wzmocnienie krytyczne

$$K_{kr} = 30 \quad (1.4)$$

Podstawiając K_{kr} do równania pomocniczego w wierszu przy s^2 można wyznaczyć okres oscylacji w układzie

$$6s^2 + K_{kr} = 0 \quad (1.5)$$

czyli

$$s = \pm j\omega = \pm j\sqrt{5} \quad (1.6)$$

Stąd okres oscylacji

$$T_{osc} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{5}} = 2.81 \text{ [s]} \quad (1.7)$$

Korzystając z tabeli 2, wyznaczone wartości parametrów regulatora PID

$$K_p = 0.6 \cdot K_{kr} = 18 \quad (1.8)$$

$$T_i = 0.5 \cdot T_{osc} = 1.41 \text{ [s]} \quad (1.9)$$

$$T_d = 0.125 \cdot T_{osc} = 0.35 \text{ [s]} \quad (1.10)$$

ZAGADNIENIA KONTROLNE

1. Co to jest regulator P? Zapisz jego transmitancję.
2. Jaki wpływ ma regulator P na uchyb w stanie ustalonym w zależności od typu obiektu?
3. Co to jest regulator PI? Zapisz jego transmitancję.
4. Regulator PI ma parametry K_p i K_i . Podaj wpływ regulatora PI na uchyb w stanie ustalonym. Czy regulator PI zmienia typ układu?
5. Podaj wpływ regulatora PI na czas narastania i czas ustalania w układzie regulacji.
6. Co to jest regulator PD? Zapisz jego transmitancję.
7. Regulator PD ma parametry K_p i K_d . Podaj wpływ regulatora PD na uchyb w stanie ustalonym. Czy regulator PD zmienia typ układu?
8. Jeśli regulator PD jest tak zaprojektowany, że pierwiastki równania charakterystycznego mają lepsze tłumienie, niż w układzie oryginalnym to czy wówczas również zostanie zmniejszone maksymalne przeregulowanie? (Tak) (Nie)
9. Podaj wpływ regulatora PD na czas narastania i czas ustalania w układzie regulacji.
10. Co to jest regulator PID? Zapisz jego transmitancję.

ZADANIA

Na podstawie: Kuo B. C. *Automatic Control of Dynamic Systems*, 7th ed, Addison-Wesley & Sons Inc. (1995)

PROBLEM 4-18.

Rysunek 4P-18 przedstawia układ sterowania temperaturą przepływu powietrza. Zbiornik z gorącą wodą dostarcza wody, która wpływa do wymiennika ciepła w celu ogrzania powietrza. Czujnik temperatury mierzy temperaturę powietrza na wylocie T_{AO} i przesyła ją do układu porównującego z temperaturą odniesienia T_r . Uchyb temperatury T_e jest przesyłany do regulatora o transmitancji $G_c(s)$. Wyjście regulatora, którym jest sygnał elektryczny jest przetwarzane na sygnał pneumatyczny przez przetwornik. Wyjście urządzenia wykonawczego steruje prędkością przepływu wody zaworem trójdrogowym. Rysunek 4P-18(b) przedstawia schemat blokowy układu.

Zdefiniowane zostały następujące parametry i zmienne: dM_w jest przyrostem przepływu cieplnego płynu $dM_w = K_M u$, $K_M = 0.054$ kg/s/V, T_w temperatura wody $T_w = K_R dM_w$, $K_R = 65^\circ\text{C/kg/s}$, oraz T_{AO} jest temperaturą wyjściową powietrza.

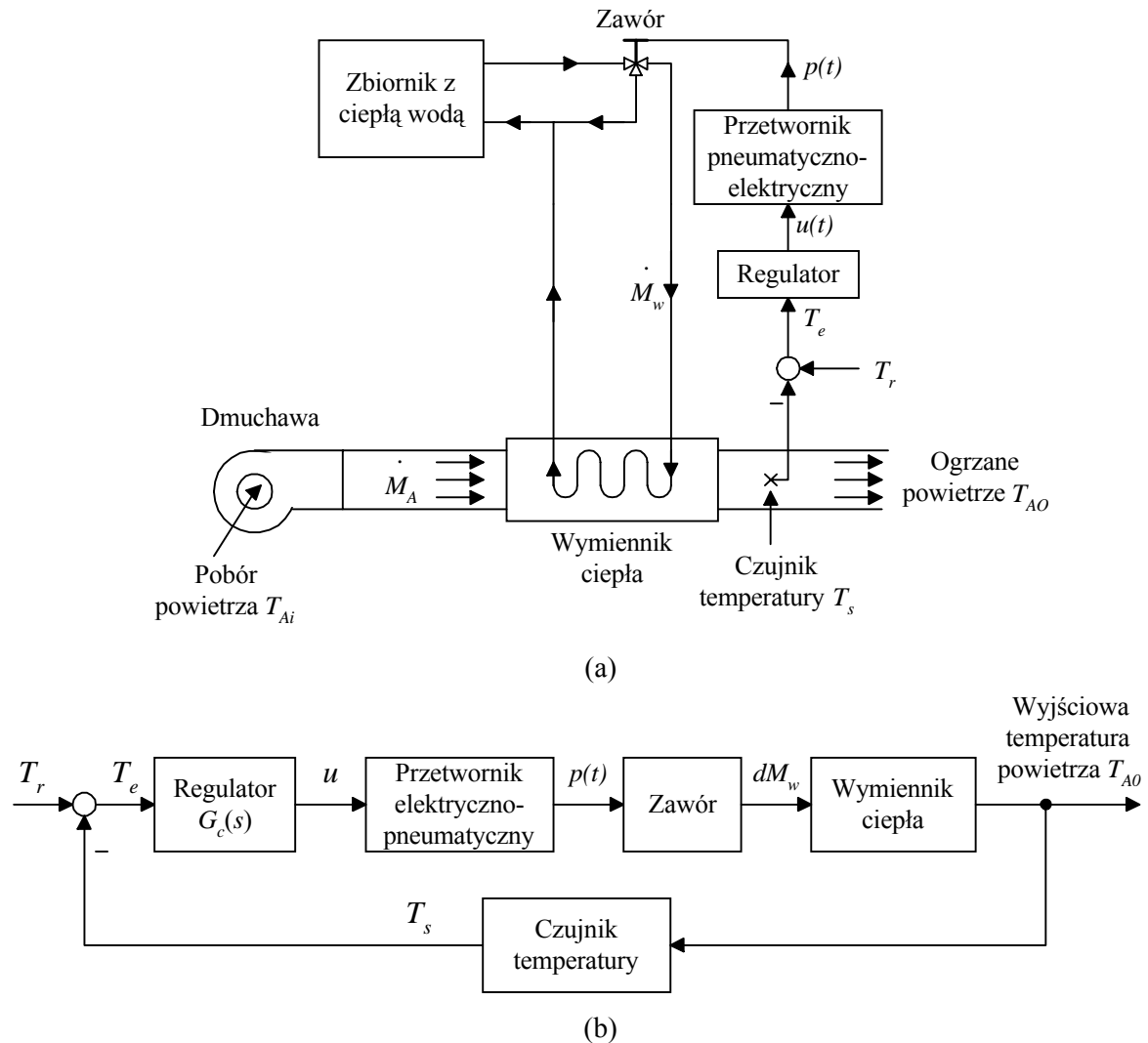
Równanie wymiany ciepła pomiędzy wodą i powietrzem

$$\tau_c \frac{dT_{AO}}{dt} = T_w - T_{AO}, \quad \tau_c = 10 \text{ s.}$$

Równanie temperatury czujnika

$$\tau_s \frac{dT_s}{dt} = T_{AO} - T_s, \quad \tau_s = 2 \text{ s.}$$

- (a) Narysuj funkcjonalny schemat blokowy, który zawiera wszystkie transmitancje układu.
- (b) Wyprowadź transmitancję $T_{AO}(s)/T_r(s)$ kiedy $G_c(s) = 1$.
- (c) Dobierz typ regulatora PID i jego parametry



Rys. 4P-18.

LITERATURA

1. Dorf R.C., R.H. Bishop, *Modern Control Systems*, Addison–Wesley Longman, Inc., 1998.
2. Franklin, G F, Powell, J D & Emami-Naeini, A. *Feedback Control of Dynamic Systems*, 3rd ed, Addison-Wesley, 1994.
3. Kuo B. C., *Automatic Control of Dynamic Systems*, 7th ed, Addison-Wesley & Sons Inc., 1995.
4. Ogata K., *Modern Control Engineering*, Prentice Hall, 2002.
5. Poradnik inżyniera automatyka, Warszawa, 1973.